

ربکا گلدستین

## ناتمامیت

اثبات و پارادوکس کُرت گودل

ترجمہ

رضا امیر رحیمی



انتشارات نیلوفر

## فهرست

۹	.....	مقدمه
۵۳	.....	۱. یک افلاطونی در میان اثبات‌گرایان
۱۲۹	.....	۲. هیلبرت و صورت‌گرایان
۱۵۷	.....	۳. اثبات ناتمامیت
۲۲۱	.....	۴. ناتمامیت گودل
۲۸۳	.....	یادداشت‌ها
۲۹۵	.....	برای مطالعه بیشتر

## یک افلاطونی در میان اثبات‌گرایان

### عشق نخست

زمانی که گودل برای آغاز تحصیلات دانشگاهی وارد شهر وین شد، هجده سال داشت. گرچه در موراویا<sup>۱</sup> متولد شده بود، که امروزه جمهوری چک نامیده می‌شود و آن زمان بخشی از امپراطوری هابسبورگ<sup>۲</sup> بود، در ورود به وین احساس بازگشت به خانه را داشت. گودل، حتی در سرزمینی که متولد شده بود خود را تبعیدی می‌دانست. او در ۲۸ آوریل ۱۹۰۶ در برنو<sup>۳</sup> متولد شد، جایی که آلمان‌ها و اتریشی‌ها هنوز آن را «برون»<sup>۴</sup> می‌نامند. پدر و مادرش، رودولف<sup>۵</sup> و ماریان<sup>۶</sup>، آلمانی‌تبار بودند و نه چک، و فقط با سایر آلمانی‌های سودتی<sup>۷</sup> رفت‌وآمد می‌کردند که بر شهر برنو سلطه داشتند. این شهر مرکز صنایع

1. Moravia

2. Hapsburg

3. Brno

4. Brünn

5. Rudolf

6. Marianne

۷. Sudetan، اهالی منطقه سودت، شامل نواحی جنوب غربی و غرب چک و اسلواکی، که تا جنگ جهانی دوم عمده ساکنان آن آلمانی‌زبان بودند. م.

نوشت، او همچنین به پرسش‌های منطق‌دانان هائو وانگ<sup>۱</sup> و جان داسون<sup>۲</sup> درباره کودکی برادر کوچک‌ترش پاسخ داد. (رودولف پزشک بود، هیچ‌گاه ازدواج نکرد و در اتریش باقی ماند. او در سال ۱۹۹۲ در نودسالگی درگذشت.)

از طریق رودولف می‌دانیم که کُرت خیلی پرسش می‌کرده و لقب در هر واقوم<sup>۳</sup>، یا آقای چرا، به او داده بودند. بچه‌های کوچک، همان‌طور که هرکسی که وقت زیادی را با آن‌ها گذرانده باشد می‌داند، تمایل دارند که پرسش‌های «چرا» را با حرارت مطرح کنند. ما با نوعی شگفتی هستی‌شناختی، تاوولامازین<sup>۴</sup>، پا به دنیا می‌گذاریم که وقتی به پستی و بلندی زمین عادت می‌کنیم از یاد می‌رود. تاوولامازین شدید دوران کودکی گودل تا بزرگسالی‌اش ادامه یافت، به طوری که کودکی که هر واقوم نامیده می‌شد به مردی مبدل شد که چهارده قانون مرام‌نامه شخصی او با دی‌ولت ایس فیرونفتیش<sup>۵</sup> آغاز می‌شد: جهان عقلانی است. گودل، مانند بسیاری از ریاضی‌دانان با استعداد، وقتی هنوز کودکی بود به سطح معینی از بلوغ پیش‌رس دست یافت؛ سپس، وقتی به این سطح رسید همان‌جا باقی ماند. عکس خانوادگی «جانشین ارسطو»<sup>۶</sup> در چهارسالگی، انسان

نساجی امپراطوری هاپسبورگ بود<sup>۱</sup>، در نتیجه وقتی روشن شد که رودولف در دبستان چندان موفق نیست، در دوازده‌سالگی او را به مدرسه بافندگی فرستادند و او حرفه مقررش را آموخت. رودولف تحصیلاتش را با درجه ممتاز به پایان رساند و در کارخانه نساجی فردریش ردلیش<sup>۲</sup> استخدام شد، و تا پایان عمر در همان‌جا مشغول به کار بود. به سرعت مدارج ترقی را پشت سر گذاشت و سرانجام مدیر و یکی از سهامداران کارخانه شد. در نتیجه، این خانواده زندگی مرفهی داشتند، و سرانجام در یک محله پررونق شهر ویلایی خریدند.

مادر گودل، ماریان، تحصیل‌کرده‌تر و با فرهنگ‌تر از پدرش بود، که در میان بورژوازی امپراطوری چندان غیرمعمول نبود. این هم معمول بود که ازدواج‌ها براساس علایق واقع‌گرایانه صورت می‌گرفت و نه تمایلات رومانتیک، که این هم به ظاهر در ازدواج گودل‌ها مصداق داشت. و همان‌طور که در اغلب این موارد پیش می‌آید؛ عمیق‌ترین دل بستگی‌های عاطفی مادر مربوط به فرزندان بود، در مورد او، رودولف، که یک سال پس از ازدواج و کُرت که چهار سال بعد از او به دنیا آمد و کُرت فردریش نام‌گذاری شد، اسم میانی به احترام کارفرمای پدرش روی او گذاشته شد که پدرخوانده او محسوب می‌شد. به دلیل نام‌معلومی، در سال ۱۹۴۸ که منطق‌دان به تابعیت امریکا درآمد اسم میانی خود را کنار گذاشت.

تقریباً همه آنچه را که درباره سال‌های اولیه زندگی کُرت گودل می‌دانیم، که تا حدودی هم پراکنده است، از طریق برادر بزرگ‌ترش رودولف است که مطلب کوتاهی با عنوان «تاریخچه خانواده گودل» [۱]

۱. جالب است که این منطقه همان صومعه اگوستینی را در خود جای داده که گرگور مندل (۱۸۸۴-۱۸۲۲) در آن دست به آزمایش‌های بسیار طاقت‌فرسا و مهم خود روی گیاه نخود سبز زد، که منجر به کشف قوانین غالب و مغلوب بودن در وراثت شد.

2. Friedrich Redlich

1. Hao Wang

2. John Dawson

3. der Her Warun

4. Thaulamazein

5. Die Welt is Vernünftig

۶. ارسطو را معمولاً پدر منطق می‌دانند. نتیجه کار او در منطق در *آنالوطیکای اول* [Prior Analytics] بیان شده، که بخشی از مجموعه‌ای است به نام ارغنون [Organon] که پس از مرگ او منتشر شد. فیلسوف به این شناخت دوران‌ساز رسیده بود که در یک برهان منطقی استنتاجی، برخی از واژه‌ها به لحاظ منطقی مربوط هستند اما برخی دیگر مربوط نیستند. واژه‌های نامربوط را می‌توان با تبدیل به متغیر مستثنی کرد. بر این اساس، برای مثال، در این قیاس متداول: اگر تمام انسان‌ها فانی هستند، و سقراط یک انسان است، آنگاه سقراط فانی است، واژه‌های «انسان‌ها» و «فانی»، و «سقراط» قابل حذف‌اند. این قیاس خاص تنها موردی از قیاس عمومی‌تری است: اگر تمام X ها، Y هستند و i یک X است، آنگاه i یک Y است. حرکت به سمت نشان‌دادن واژه‌هایی که به لحاظ منطقی با متغیرها نامربوط‌اند، ←